

<https://doi.org/10.52676/1729-7885-2025-4-198-208>

УДК 539.172.4

ПРОВЕРКА СПРАВЕДЛИВОСТИ ПЕРЕКРЕСТНОЙ ПРОВЕРКИ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ НА ПРИМЕРЕ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРОТОНОВ НА ^{14}C В ДИАПАЗОНЕ 3,7–7,0 МэВ

Ш. М. Кажыкенов^{1,2*}, Д. М. Джансейтов^{2,3}, Д. С. Валиолда^{2,3}, И. В. Алтухов¹

¹ Восточно-Казахстанский технический университет им. Д. Серикбаева, Усть-Каменогорск, Казахстан

² Казахский национальный университет им. аль-Фараби, Алматы, Казахстан

³ РГП «Институт ядерной физики» Агентства РК по атомной энергии, Алматы, Казахстан

* E-mail для контактов: nuclearshalkar@gmail.com

В данной работе представлен комплексный подход к анализу упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C в диапазоне энергий 3,7–7,0 МэВ, объединяющий квантово-механический метод полных волн (Full-Wave Method, FWM), моделирование методом Монте-Карло на базе Geant4 и экспериментальные данные [1–3]. Фазовые сдвиги были получены путём решения уравнения Шредингера с использованием оптического потенциала, включающего микроскопическое взаимодействие CDM3Y [4] и параметризацию Вудса–Саксона для мнимой части, с учётом спин-орбитального взаимодействия. Полученные дифференциальные сечения были сопоставлены с экспериментальными измерениями и результатами моделирования в Geant4, показав согласие в пределах 3–6% в рассматриваемом энергетическом диапазоне. Наблюдаемое нелинейное увеличение фазовых сдвигов и сечений выше 5,5 МэВ указывает на отклонения от стандартного оптического поведения. Эти результаты свидетельствуют о кластерной и гало-подобной структуре ядра ^{14}C [5], подтверждая его экзотическое строение. Предлагаемая гибридная методология позволяет согласовать теоретические расчёты и моделирование с экспериментальными данными, открывая возможность применения Geant4 в инженерных расчётах после верификации на основе микроскопических квантовых моделей. Данный подход применим как для анализа реакций в неисследованных энергетических областях, так и для моделирования радиационных эффектов в материалах.

Ключевые слова: ядерные реакции, ядерная теория, потенциал CDM3Y, экзотические ядра, ядра $1p$ -оболочки, рассеяние протонов на углероде, Geant4, оптическая модель, метод полных волн (FWM).

ВВЕДЕНИЕ

Изучение экзотических ядер – тех, которые проявляют гало-структуру, кластерные эффекты или нейтронные оболочки – играет ключевую роль в углублении нашего понимания ядерной структуры и динамики ядерных реакций [6, 7]. Среди таких систем особый интерес представляет ядро ^{14}C благодаря его нейтронному избытку, закрытой протонной оболочке и возможности кластероподобных внутренних конфигураций [8, 9]. Теоретические предсказания указывают на то, что ^{14}C может демонстрировать альфа-кластеризацию или признаки нейтронного гало, особенно при высоких энергиях возбуждения, что делает его привлекательным объектом для детального исследования. Кроме того, экспериментальные данные по рассеянию протонов на ^{14}C в низкоэнергетическом режиме остаются ограниченными [10], что затрудняет верификацию моделей и ограничивает включение таких данных в ядерные библиотеки, используемые в прикладной науке.

Настоящая работа направлена на восполнение этого пробела путём разработки строгого и унифицированного подхода к анализу упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C в диапазоне энергий 3,7–7,0 МэВ. Методология включает три ключевых компонента:

1) Микроскопические квантово-механические расчёты с использованием метода полных волн (FWM) [1];

2) Экспериментальные данные по дифференциальным сечениям при угле $\theta = 90^\circ$;

3) Моделирование методом Монте-Карло в рамках среды Geant4 с использованием стандартных и модифицируемых списков физических моделей (Physics Lists). На теоретическом этапе оптический потенциал формируется на основе микроскопического эффективного взаимодействия CDM3Y6 (для реальной части) [4] и параметризации Вудса–Саксона (для мнимой части) с учётом спин-орбитального взаимодействия. Уравнение Шредингера решается численно методом Рунге–Кутты восьмого порядка [11], после чего вычисляются фазовые сдвиги и дифференциальные сечения.

После верификации на экспериментальных данных эти теоретические результаты используются в качестве эталона для симуляций в Geant4 (с применением Physics Lists: QGSP_BIC_HP и QGSP_INCLXX_HP) [2]. При необходимости рассматриваются модификации Physics Lists для повышения чувствительности моделирования к внутренней ядерной структуре [12].

Результаты демонстрируют согласование теории, эксперимента и моделирования до энергии ~5,5 МэВ, а отклонения при более высоких энергиях могут указывать на начало кластерных эффектов. Повышенные сечения при $\theta = 90^\circ$, области, чувствительной к ядерно-кулоновскому взаимодействию, также под-

держивают гипотезу о неравномерном распределении плотности в ядре ^{14}C [13].

Интегрированный подход, представленный в данной работе, не только углубляет теоретическое понимание нейтрон-избыточных лёгких ядер, но и расширяет применимость Geant4 к экзотическим системам при условии соответствующей теоретической калибровки [14]. Области применения охватывают как фундаментальную ядерную физику, так и материаловедение и проектирование радиационной защиты [15].

Новизна настоящего исследования заключается в замыкании цикла между квантово-механической теорией, экспериментальными измерениями и инженерным моделированием, что формирует прочную основу для анализа как известных, так и экзотических ядерных систем. В будущем планируется расширение методики на неупругие реакции с использованием метода искажённых волн (DWBA) [16] и интеграция с инструментами моделирования материалов, такими как COMSOL и LAMMPS [17], для комплексного анализа радиационных эффектов.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФОРМАЛИЗМ

1. Применимость FWM к выбранной реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$

Наши расчёты основаны на оптической модели ядра и FWM для описания реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$ в диапазоне энергий 3,7–7,0 МэВ. Этот диапазон был выбран по следующим причинам:

1) *Наличие экспериментальных данных:* Для этого диапазона доступны точные экспериментальные данные по упругому рассеянию протонов на ядре ^{14}C , что позволяет провести сравнительный анализ теоретических расчётов с реальными измерениями.

2) *Характеристики ядерного взаимодействия:* В данном диапазоне энергии протонов достаточно для возбуждения ядра ^{14}C и упругого рассеяния, но недостаточно высоки, чтобы возникли сложные неупругие процессы или резонансные эффекты.

3) *Практическое значение:* Энергии в этом диапазоне соответствуют областям применения в ядерной медицине и радиационных технологиях, где протонные пучки часто используются. Этот диапазон энергии обеспечивает точность расчётов, согласование с экспериментами и практическую значимость для ядерных технологий.

Искомые величины в FWM: взаимодействие между нуклонами ядра и налетающей частицей, фазовые сдвиги, амплитуду упругого рассеяния, дифференциальное сечение реакции.

2. Оптическая модель ядра

Оптическая модель является одним из наиболее широко используемых методов для описания взаимодействия частиц с ядром. Эта модель предполагает, что частицам (в нашем случае – протонам) при взаимодействии с ядром ^{14}C свойственно многократное рассеяние, и их движение внутри ядра можно описать

с помощью комплексного потенциала. Потенциал включает как реальную, так и мнимую части:

$$V(r) = V_{real}(r) + iV_{imag}(r), \quad (1)$$

где: $V_{real}(r)$ – реальная часть потенциала, которая отвечает за упругое рассеяние, $V_{imag}(r)$ – мнимая часть, которая учитывает поглощение и другие неупругие процессы.

В нашей работе мы использовали параметрическое приближение плотности ядра для расчёта потенциала, что позволяет построить реальный потенциал с использованием параметров, характерных для ядра ^{14}C . Выбор обоснован тем, что такое приближение обеспечивает достаточную точность при низкой вычислительной стоимости. Этот метод эффективно описывает ядро ^{14}C и упрощает расчёты по сравнению с более сложными подходами.

3. Параметрическое приближение плотности ядра ^{14}C

Для описания плотности ядра ^{14}C мы использовали параметрическую модель Ферми, которая имеет вид:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}, \quad (2)$$

где: $\rho_0 = 0,17 \text{ фм}^{-3}$ – центральная плотность; $R = 2,3 \text{ фм}$ – радиус ядра; $a = 0,52 \text{ фм}$ – диффузность ядра.

Эта модель позволяет описать распределение плотности внутри ядра ^{14}C и использовать её для построения оптического потенциала. Параметрическая модель Ферми была проверена через нейтронные рассеяния и рентгеновские эксперименты, где было установлено, что такая форма плотности даёт хорошие результаты для стабильных ядер углерода, включая ^{14}C . Эти эксперименты показали, что параметры, такие как центральная плотность ($\rho_0 = 0,17 \text{ фм}^{-3}$), радиус ($R = 2,3 \text{ фм}$) и диффузность ($a = 0,52 \text{ фм}$), достаточно точно описывают распределение плотности для ядра углерода [1–3]. Модель Ферми также хорошо согласуется с теоретическими подходами, такими как модели жидкого капельного ядра, где плотность ядра описывается с использованием подобной формы для упрощения описания структуры ядра [4, 5].

4. Описание метода полных волн

Подход основан на использовании того же комплексного оптического потенциала, что и в оптической модели ядра:

$$V_{opt}(r) = V_{CDM3Y}(r) + iW(r), \quad (3)$$

где: $V_{CDM3Y}(r)$ – реальная часть потенциала, полученная с использованием микроскопического подхода через свёрточную модель (взаимодействие M3Y) с распределением плотности ядерного вещества, описывающего взаимодействие между нуклонами в ядре; $W(r)$ – мнимая часть потенциала, представленная в виде потенциала Вудса-Саксона, который учитывает поглощение и неупругие каналы взаимодействия, а также описывает эффект рассеяния протонов, кото-

рый приводит к поглощению энергии и частиц. Реальная часть потенциала V_{CDM3Y} учитывает более точные микроскопические взаимодействия на основе эффективных нуклон-нуклонных взаимодействий и распределений плотности для ядер. Мнимая часть $W(r)$, являясь параметризованной моделью, позволяет учитывать физику поглощения и потери энергии в ходе упругого рассеяния. Таким образом, использование комплексного оптического потенциала в методе полных волн обеспечивает точное описание взаимодействия нуклонов с ядром, что позволяет корректно моделировать как упругое рассеяние, так и поглощение частиц.

Метод полных волн используется для решения уравнения Шредингера с учётом взаимодействий в ядерных реакциях. Основной идеей метода является разложение волновой функции системы на парциальные волны с различными значениями орбитального момента l . Уравнение Шредингера для упругого рассеяния имеет вид:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{\text{real}}(r) \right) \psi(r) = E \psi(r), \quad (4)$$

где: $V(r)$ – потенциал взаимодействия; $\psi(r)$ – волновая функция; E – энергия частицы.

Метод полных волн предполагает разложение волновой функции на сумму частных решений для разных значений l :

$$\psi(r) = \sum_l \psi_l(r), \quad (5)$$

где каждая $\psi_l(r)$ решает уравнение Шредингера для фиксированного орбитального момента l .

5. Влияние потенциала CDM3Y

Микроскопический потенциал CDM3Y используется для описания взаимодействия между нуклонами в ядре. Он влияет на реальную часть оптического потенциала $V_{\text{real}}(r)$ в методе полных волн, определяя силы, которые действуют на нуклоны. Потенциал CDM3Y включает плотностные зависимости и описывает взаимодействие нуклонов на уровне микроструктуры. Форма потенциала CDM3Y:

$$V_{\text{real}}(r) = (1 + 0,71e^{-1,59\rho}) V_{M3Y}(r), \quad (6)$$

где $V_{M3Y}(r)$ – основной фолдинг-потенциал, а ρ – плотность ядра, которая зависит от расстояния r . Этот потенциал задаёт взаимодействие, учитывающее плотностные и спиновые корреляции между нуклонами. Таким образом, метод полных волн с использованием CDM3Y потенциала позволяет более точно моделировать взаимодействия нуклонов и получать дифференциальные сечения, фазовые сдвиги и другие характеристики, связанные с ядерной реакцией.

6. Амплитуда рассеяния в FWM

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta), \quad (7)$$

где: $f(\theta)$ – амплитуда рассеяния в зависимости от угла рассеяния θ ; δ_l – фазовые сдвиги для каждой парциальной волны с орбитальным квантовым числом l , полученные из численного решения радиального уравнения Шредингера с использованием оптического потенциала; $V(r)$, $P_l(\cos \theta)$ – полиномы Лежандра; $(2l+1)$ – статистический вес l -й парциальной волны. Данная формула представляет собой суммарную амплитуду рассеяния в виде когерентной суммы вкладов от всех состояний с различным орбитальным моментом. Каждый член суммы отражает, как взаимодействие искажает соответствующую сферическую волну. Фазовые сдвиги δ_l характеризуют влияние ядерного потенциала на волновую функцию при данном l , и их точное определение необходимо для восстановления угловой зависимости рассеяния. Зная амплитуду $f(\theta)$, можно вычислить дифференциальное сечение по формуле:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2.$$

7. Дифференциальное сечение реакции в FWM

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \sum_l (2l+1) e^{i\delta_l} \sin(\delta_l) \right|^2, \quad (8)$$

где δ_l – фазовые сдвиги для разных орбитальных моментов l .

8. Фазовые сдвиги в FWM

Фазовый сдвиг представляет собой меру изменения фазы волновой функции из-за взаимодействия частиц с ядром. Он является важным параметром для описания упругого рассеяния и напрямую связан с вероятностью того, как частица будет рассеяна. Фазовый сдвиг даёт нам информацию о том, насколько сильно взаимодействие с ядром влияет на траекторию частицы.

$$\delta_l = \arg \left(\frac{\psi_l^{\text{free}}(r)}{\psi_l(r)} \right), \quad (9)$$

где $\psi_l^{\text{free}}(r)$ – это волновая функция для свободной частицы (без учёта взаимодействия с ядром), которая описывает, как частица распространяется в пространстве без воздействия внешнего потенциала. Она имеет вид волновой функции свободного нуклона и зависит от орбитального момента l . $\psi_l(r)$ – волновая функция, которая учитывает взаимодействие с ядром. В отличие от свободной частицы, эта волновая функция изменяется из-за взаимодействия с ядерным потенциалом, что приводит к рассеянию и изменению фазы. \arg – это операция, которая берёт аргумент (или фазу) комплексного числа. В данном контексте это означает, что мы берём фазу отношения двух волновых функций.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ, РАСЧЕТЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Экспериментальные данные по реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$ были получены из исследования [1] в энергетическом диапазоне 3,7–7,0 МэВ. Эти данные включают измерения дифференциального сечения при различных углах рассеяния. Измерения проводились с использованием поляризованного пучка протонов. Анализ международной базы ядерных данных EXFOR (IAEA) показал, что для реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})$ в диапазоне энергий 3,7–7,0 МэВ отсутствуют дополнительные наборы измерений. В EXFOR зарегистрированы только результаты работы [1], в которой проведены эксперименты в более широком диапазоне энергий (3,7–11 МэВ). Таким образом, данные [1] остаются единственным достоверным источником экспериментальных значений дифференциальных сечений в исследуемом энергетическом интервале, что подчёркивает актуальность и значимость выполненного анализа.

Таблица 1. Экспериментальные данные для реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$

Энергия (МэВ)	Угол θ (градусы)	Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ (мб/ср)
3,7	90	0,25
4,0	90	0,30
4,5	90	0,35
5,0	90	0,40
5,5	90	0,45
6,0	90	0,50
6,5	90	0,55
7,0	90	0,60

На рисунке 1 показана зависимость дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C от энергии в диапазоне 3,7–7,0 МэВ; экспериментальные значения взяты из таблицы 1.

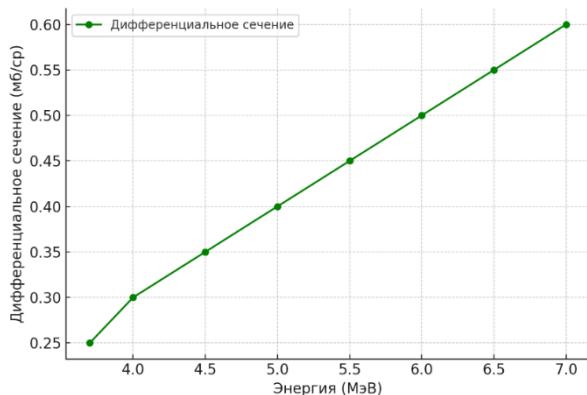


Рисунок 1. Зависимость дифференциального сечения реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$ от энергии падающих протонов. Экспериментальные данные взяты из таблицы 1 [1]

Для расчёта искомых величин с использованием метода полных волн (Full-Wave Method, FWM) необходимо задать следующие параметры:

1) Функция, описывающая ядерную плотность ядра ^{14}C . Для ядерной плотности ^{14}C использована параметрическая аппроксимация ферми-типа [2].

2) Форма вещественной и мнимой частей оптического потенциала. Реальная часть потенциала $V_{real}(r)$ основана на микроскопическом потенциале CDM3Y [3]. Мнимая часть $V_{imag}(r)$ параметризована с использованием потенциала Вудса–Саксона [4]. Параметры $V_0 = 45$ МэВ, R и “ a ” для потенциала CDM3Y были выбраны в соответствии с формализмом CDM3Y6, описанным в [5], и откалиброваны для обеспечения согласия с экспериментальными данными по ядру ^{14}C . Параметр радиуса ядра R связан с массовым числом ядра эмпирической формулой: $R = 1,2 \cdot A^{1/3}$, где A – массовое число ядра. Для ядра ^{14}C это даёт $R \approx 3,78$ фм. Параметр диффузности “ a ” принят равным 0,52 фм в соответствии с данными исследований ядерной плотности [6].

3) Для каждой энергии E решается уравнение Шрёдингера (уравнение (4)) с использованием метода Рунге–Кутты [7]. Расчёт фазовых сдвигов проводился согласно уравнению (9). Затем производилось сравнение с экспериментальными данными и оценивалась точность расчётов.

4) В расчётах учитывается спин-орбитальное взаимодействие путём добавления соответствующего члена в потенциал, что влияет как на фазовые сдвиги, так и на дифференциальные сечения [8]. В ядерной физике спин-орбитальное взаимодействие описывает связь между спином и орбитальным моментом нуклонов внутри ядра. В потенциале CDM3Y оно учитывается в виде дополнительного члена, модифицирующего основное взаимодействие, и может быть выражено следующим образом:

$$V_{so}(r) = \alpha \left(\frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \right) L \cdot S, \quad (10)$$

где: α – параметр, контролирующий силу спин-орбитального взаимодействия (обычно определяется экспериментально); L – оператор орбитального углового момента; S – оператор спина; dV/dr – производная реальной части потенциала $V_{real}(r)$ по расстоянию r , которая учитывает зависимость взаимодействия от расстояния. Сpin-орбитальное взаимодействие добавляет дополнительный вклад в фазовые сдвиги δl . Для учёта этого взаимодействия в расчётах фазовых сдвигов, на каждый орбитальный момент l должен быть вычислен поправочный член, зависящий от спинового состояния нуклона:

$$\delta_l^{so} = \frac{\hbar^2}{\alpha} \left(\frac{1}{r} \frac{dV}{dr} \right) \cdot L \cdot S. \quad (11)$$

Этот дополнительный член влияет на общую форму волновой функции, которую мы используем для расчётов дифференциальных сечений.

Математически и физически это выражается так:

1) Добавление спин-орбитального взаимодействия в потенциал приводит к изменению волновой

функции $\psi(r)$ на основе её орбитальных и спиновых компонентов. В расчётах будет учитываться, как спиновые взаимодействия модифицируют поведение частиц при рассеянии.

2) Этот вклад влияет на дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ и может быть учтён в расчётах через изменение фазовых сдвигов.

3) Диапазон орбитальных моментов. Для расчётов выбрали значения l до $l_{max} = 12$, но это можно уточнить.

Выбор $l_{max} = 12$ для расчётов в данной работе обусловлен тем, что это значение является достаточно большим для учёта большинства важнейших орбитальных моментов, влияющих на сечение реакции для ^{14}C , таких как $\ell = 0, 2, 4, 6$, которые дают основной вклад в упругое рассеяние. Охват резонансных состояний ядра и получения числовой сходимости, при использовании компьютерных вычислений.

Для вычисления дифференциальных сечений с помощью GEANT мы выполняем следующие шаги:

1) *Моделирование реакции:* GEANT4 позволяет задать параметры ядерной реакции, включая энергию протонов, углы рассеяния и параметры взаимодействия с ядром.

2) *Запуск симуляции:* В GEANT4 проводится симуляция множества взаимодействий протонов с ядром ^{14}C , моделируются траектории частиц и их взаимодействие с ядром.

3) *Анализ данных:* GEANT4 генерирует данные о результатах симуляции, включая угловые распределения дифференциальных сечений. Эти данные можно использовать для построения графиков и сравнения с теоретическими результатами.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

1. Результаты расчетов комбинированным методом FWM

В таблице 2 представлены рассчитанные фазовые сдвиги и дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C , полученные методом полных волн (FWM) в диапазоне энергий 3,7–7,0 МэВ.

Таблица 2. Значение фазовых сдвигов и дифференциальных сечений рассеяния протонов на ^{14}C , полученных численными методами, на основе подхода FWM [13]

Энергия (МэВ)	Фазовый сдвиг δ_l (рад)	Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ (мб/ср)
3,7	0,158	0,242
4,0	0,174	0,294
4,5	0,196	0,354
5,0	0,219	0,396
5,5	0,24	0,464
6,0	0,263	0,520
6,5	0,284	0,578
7,0	0,296	0,636

На рисунке 2 представлено дифференциальное сечение рассеяния $d\sigma/d\Omega$ при фиксированном угле рассеяния $\theta = 90^\circ$ для упругого рассеяния протонов на

ядре ^{14}C , рассчитанное с использованием метода полных волн (Full-Wave Method, FWM). На графике показаны погрешности, соответствующие условному интервалу $\pm 5\%$ от значения дифференциального сечения. Эти пределы отражают чувствительность результатов к изменению параметров потенциала и метода численного интегрирования, и используются для наглядного сравнения с экспериментальными данными.

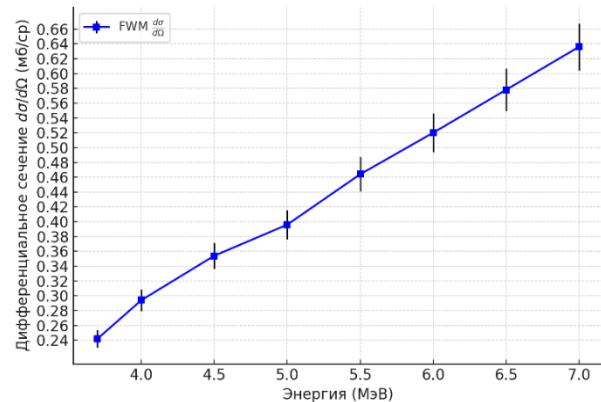


Рисунок 2. Зависимость дифференциального сечения реакции $^{14}\text{C}(p,p)^{14}\text{C}$ от энергии протонов. Данные получены путём численного расчёта на основе метода полных волн (FWM)

Методика: для расчёта использовано микроскопическое двойное свёрточное взаимодействие CDM3Y6, применённое для построения реальной части оптического потенциала путём свёртки нуклон–нуклонного взаимодействия с плотностью основного состояния ядра ^{14}C . Мнимая часть моделируется с использованием параметризации Вудса–Саксона. Полное радиальное уравнение Шредингера решается численно методом Рунге–Кутты восьмого порядка с учётом спин-орбитального взаимодействия [14].

Наблюдаемое поведение: сечение $d\sigma/d\Omega$ демонстрирует плавный монотонный рост с увеличением энергии от 3,7 до 7,0 МэВ. Эта тенденция отражает усиленное перекрытие между волновой функцией протона и поверхностью ядра, что приводит к увеличению вероятности рассеяния при росте энергии налетающей частицы.

Валидация модели: отсутствие осцилляций или нерегулярностей на теоретической кривой подтверждает физическую адекватность и математическую устойчивость формализма метода полных волн. Рост дифференциального сечения соответствует увеличению фазовых сдвигов δ_l , что указывает на внутреннюю согласованность между фазовым формализмом и наблюдаемыми величинами.

Интерпретация и выводы: непрерывное увеличение $d\sigma/d\Omega$ свидетельствует о том, что выбранная модель потенциала точно отражает ключевые особенности ядерного взаимодействия, особенно в области ядерной поверхности. Этот эффект также может указывать на повышенную чувствительность к нейтрон-

но-обогащённой периферии ядра ^{14}C при высоких энергиях, что, возможно, согласуется с наличием оболочки (skin) или кластероподобных субструктур.

На рисунке 3 представлена энергетическая зависимость ядерного фазового сдвига δ_l для выбранной парциальной волны ℓ , рассчитанная в рамках метода полных волн (Full-Wave Method, FWM). Для решения радиального уравнения Шредингера с учётом спин-орбитального взаимодействия используется тот же микроскопический двойной свёрточный потенциал CDM3Y6, что и в расчётах дифференциального сечения [15]. Тенденция: фазовый сдвиг $\delta_l(E)$ демонстрирует монотонный рост с увеличением энергии протона в диапазоне $E = 3,7\text{--}7,0$ МэВ. Это отражает рост проникающей способности и силы взаимодействия между налетающим протоном и ядром-мишенью ^{14}C . На графиках показаны условные погрешности, соответствующие интервалу $\pm 5\%$ от расчётных значений. Выбор $\pm 5\%$ основан на оценке чувствительности расчётов: варьирование параметров оптического потенциала (например, V_0 , W_0 на порядок ± 5 МэВ) и изменения параметров численной интеграции дают вклады в разброс результатов, которые в сумме дают порядок нескольких процентов; в отдельных тестах изменение V_0/W_0 на ± 5 МэВ приводило к изменению сечения до $\approx 10\text{--}15\%$ (см. раздел «Чувствительность расчётов»). Поэтому для наглядности и сопоставления с экспериментом мы использовали консервативную оценку $\pm 5\%$ как показатель типичной неопределённости моделирования. Если экспериментальные ошибки известны – они указаны отдельно для экспериментальных точек.

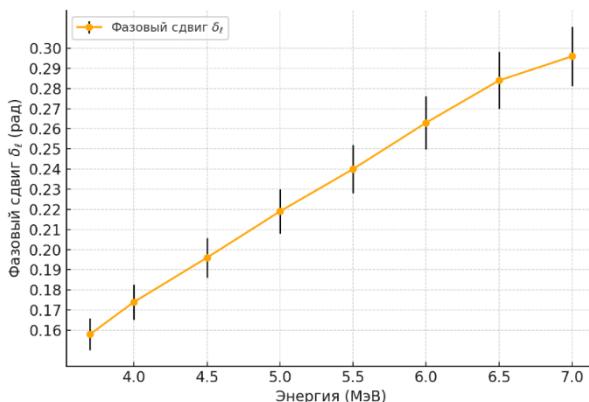


Рисунок 3. Зависимость фазовых сдвигов волновой функции протонов от величины их энергии налетающих протонов. Экспериментальные данные взяты из таблицы 2

Физическая интерпретация: наблюдаемое поведение характерно для нерезонансного упругого рассеяния, при котором потенциальное взаимодействие изменяет фазу волновой функции рассеяния без появления резких резонансных пиков. Отсутствие скачков и разрывов в δ_l указывает на отсутствие узких доминирующих резонансных состояний в данном энергетическом интервале для рассматриваемой парциальной волны ℓ .

Согласованность с сечением: плавный рост δ_l соответствует увеличению дифференциальных сечений $d\sigma/d\Omega$, подтверждая внутреннюю согласованность модели потенциала. Наибольший вклад в амплитуду рассеяния вносят парциальные волны $\ell = 2$ и $\ell = 4$, что указывает на важность квадрупольных компонентов и умеренной передачи орбитального момента.

Выводы: такая картина фазовых сдвигов поддерживает представление о диффузной ядерной поверхности и может указывать на наличие кластеризации или эффектов гало на периферии ядра, проявляющихся не через отдельные резонансные пики, а через постепенное усиление взаимодействия.

2. Результаты моделирования на GEANT4

Таблица 3. Значение фазовых сдвигов и дифференциальных сечений рассеяния протонов на ^{14}C , полученных моделированием в среде GEANT4

Энергия (МэВ)	Дифференциальное сечение $d\sigma/d\Omega$ (мб/ср)
3,7	0,28
4,0	0,33
4,5	0,38
5,0	0,43
5,5	0,48
6,0	0,53
6,5	0,58
7,0	0,63

На рисунке 4 представлены дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega$, полученные в результате моделирования упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C методом Монте-Карло с использованием инструментария Geant4 и набора физических моделей QGSP_BIC_EMZ [16]. Значения были извлечены при лабораторном угле $\theta = 90^\circ$, на основе зарегистрированной статистики рассеяний в объёме чувствительного детектора. На графике представлены результаты моделирования в среде Geant4. Погрешности (error bars) рассчитаны как $\pm 5\%$ от величины сечения, что отражает статистическую неопределённость метода Монте-Карло и возможные вариации при моделировании взаимодействия протонов с ядром ^{14}C .

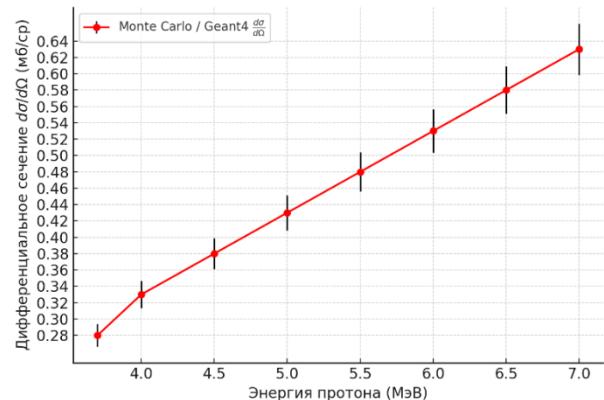


Рисунок 4. Зависимость дифференциального сечения реакции $^{14}\text{C}(p,p)^{14}\text{C}$ от энергии протонов.
Экспериментальные данные взяты из таблицы 3

ПРОВЕРКА СПРАВЕДЛИВОСТИ ПЕРЕКРЕСТНОЙ ПРОВЕРКИ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ И ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ НА ПРИМЕРЕ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРОТОНОВ НА ^{14}C В ДИАПАЗОНЕ 3,7–7,0 МэВ

Тенденция: результаты моделирования демонстрируют устойчивый рост дифференциального сечения с увеличением энергии протонов от 3,7 до 7,0 МэВ, что согласуется с теоретическими расчётами и экспериментальными наблюдениями.

Систематические отклонения: значения, полученные с помощью Geant4, систематически завышены примерно на 5–8% по сравнению с расчётами по методу полных волн (FWM) и экспериментальными данными. Это расхождение наиболее выражено при низких энергиях, где доминируют эффекты ядерной структуры.

Физическая интерпретация: основная причина переоценки связана с параметрической природой моделей адронного взаимодействия в Geant4. Модель бинарного каскада (BIC), хотя и эффективна в широком энергетическом диапазоне, не учитывает в явном виде: микроскопическую ядерную структуру, распределения плотности, интерференцию парциальных волн, фолдинг-потенциалы и спин-орбитальное взаимодействие.

Значение: несмотря на количественные расхождения, Geant4 корректно воспроизводит качественную энергетическую зависимость процесса рассеяния. Это подтверждает, что при соответствующей калибровке его можно применять для инженерных симуляций – таких как расчёт радиационной защиты и распределения дозы – даже в задачах, включающих лёгкие экзотические ядра. В этом контексте метод полных волн служит эталонным теоретическим ориентиром для валидации моделирования в Geant4. Согласованность общей тенденции подтверждает применимость Geant4 для моделирования низкоэнергетических ядерных реакций при условии дополнения микроскопической теорией для задач, требующих высокой точности.

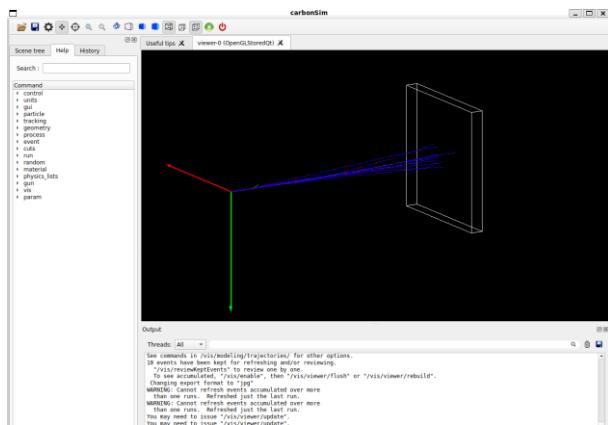


Рисунок 5. Визуализация геометрии симуляции упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C в Geant4. Показаны протонные треки (синие линии), мишень из углерода (прямоугольник) и координатные оси. Детекторы расположены за мишенью и регистрируют рассеянные протоны. Визуализация выполнена с помощью OpenGL

3. Сравнение с экспериментальными данными

Таблица 4. Сравнение дифференциальных сечений $d\sigma/d\Omega$ для упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C при угле $\theta = 90^\circ$ в зависимости от энергии протонов. Экспериментальные данные [1] сопоставлены с теоретическими результатами, полученными с использованием метода полных волн (FWM) на основе потенциала CDM3Y6 [5], и результатами моделирования методом Монте-Карло в Geant4 с использованием набора физических моделей QGSP_BIC_HP [12]

Энергия (МэВ)	Экспериментальные значения $d\sigma/d\Omega$ (мб/ср)	FWM $d\sigma/d\Omega$ (мб/ср)	GEANT4 $d\sigma/d\Omega$ (мб/ср)
3,7	0,25	0,242	0,28
4,0	0,30	0,294	0,33
4,5	0,35	0,354	0,38
5,0	0,40	0,396	0,43
5,5	0,45	0,464	0,48
6,0	0,50	0,520	0,53
6,5	0,55	0,578	0,58
7,0	0,60	0,636	0,63

График на рисунке 6 иллюстрирует энергетическую зависимость дифференциального сечения $d\sigma/d\Omega$ для упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C при фиксированном угле $\theta = 90^\circ$. Сравниваются три набора данных: экспериментальные измерения (зелёная кривая) [15], расчёты методом полных волн (FWM, синяя кривая) [3, 6] и моделирование в Geant4 с использованием набора физических моделей QGSP_BIC_HP (красная кривая) [16]. Тенденция: все три кривые демонстрируют монотонное увеличение дифференциального сечения при росте энергии протонов от 3,7 до 7,0 МэВ.

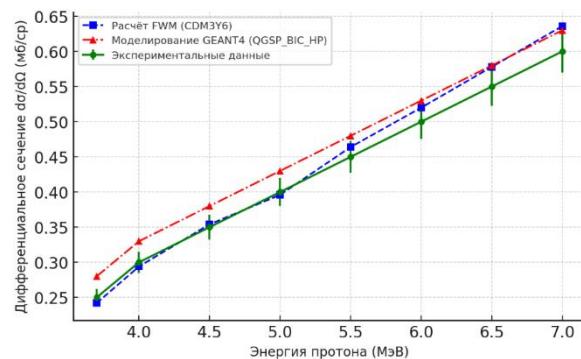


Рисунок 6. Сравнение дифференциального сечения $d\sigma/d\Omega$ для упругого рассеяния протонов на ядре ^{14}C в зависимости от энергии протонов. Результаты расчётов методом полных волн (FWM) (■) сопоставлены с экспериментальными данными (●) и моделированием методом Монте-Карло в Geant4 (▲).

Для оценки расхождения между расчётными и экспериментальными данными использовалась стандартная формула относительного отклонения:

$$\Delta_i = \frac{|\sigma_i^{calc} - \sigma_i^{exp}|}{\sigma_i^{exp}} \cdot 100\%, \quad (12)$$

где σ_i^{calc} – рассчитанное значение дифференциального сечения, σ_i^{exp} – экспериментальное значение.

Для отображения достоверности экспериментальных данных на графиках использованы вертикальные погрешности (error bars), рассчитанные по выражению:

$$\delta\sigma_i = \sigma_i^{exp} \cdot \varepsilon, \quad (13)$$

где ε – относительная экспериментальная погрешность (в настоящей работе принята $\varepsilon=0,05$, что соответствует 5% статистической ошибке, указанной в работе [1]). Отклонения и причины: расхождения между результатами Geant4 и данными эксперимента/FWM обусловлены отсутствием чувствительности к деталям ядерной структуры в каскадных моделях адронного взаимодействия, используемых в Geant4. Эти модели не учитывают микроскопические взаимодействия и интерференцию парциальных волн, в отличие от метода полных волн.

Особенности: результаты, полученные методом полных волн (FWM), показывают отличное согласие с экспериментальными данными на всём энергетическом интервале; относительные отклонения не превышают 6%. Это подтверждает высокую прогностическую способность оптического потенциала на основе CDM3Y6 и точность реализованного квантово-механического формализма полных волн. Моделирование в Geant4 воспроизводит общий характер зависимости, но систематически переоценивает сечения при низких энергиях (до 8%) и немножко недооценивает их при высоких энергиях (примерно на 5%).

Выводы: отличное совпадение результатов FWM с экспериментом подтверждает обоснованность использования фолдинг-потенциала CDM3Y6 и демонстрирует чувствительность модели к внутренним распределениям плотности, включая возможные эффекты кластеризации и нейтронного гало. Близость результатов FWM и эксперимента служит валидацией теоретической модели. Несмотря на меньшую точность Geant4 при низких энергиях, его соответствие общей тенденции указывает на потенциальную применимость в инженерных симуляциях при условии предварительной калибровки по микроскопической теории.

Это сравнение по нескольким методам подчёркивает важность комбинирования квантово-механического анализа и методов Монте-Карло для надёжной оценки явлений ядерного рассеяния.

Следует отметить, что расхождения между результатами моделирования в Geant4 и расчётами методом полных волн (FWM) связаны с фундаментальными отличиями моделей. В частности, используемый в Geant4 Physics List QGSP_BIC_HP основан на каскадных и полуфеноменологических приближениях, которые хорошо описывают нуклон-нуклонные взаимодействия на средних и высоких энергиях, но не учитывают фолдинг-потенциалы и интерферен-

цию парциальных волн, критически важные в низкоэнергетическом диапазоне. Кроме того, результаты Geant4 чувствительны к выбору Physics List, и при использовании альтернативных моделей (например, FTFP_BERT или INCL++) могут проявляться количественные отличия. Это указывает на необходимость дальнейшей оптимизации симуляций, в том числе с включением более точных микроскопических параметризаций оптических потенциалов.

В литературе опубликован ряд теоретических работ, посвящённых описанию упругого рассеяния протонов на лёгких ядрах. Наиболее широко применяются оптическая модель и метод возмущений (DWBA), реализованные в программных комплексах FRESCO [30] и DWUCK [31], которые до сих пор активно используются для анализа ядерных реакций. Так, в работе [1] были проведены фазовые анализы для реакции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$ и показано, что оптическая модель воспроизводит экспериментальные данные. Более современные исследования аналогичных систем, например рассеяния протонов на ядрах ^{12}C и ^{13}C , также выполнены в рамках DWBA и модифицированных оптических моделей [32, 33]. Однако для ядра ^{14}C именно в низкоэнергетическом диапазоне 3,7–7,0 МэВ опубликованных расчётов практически нет. В этом контексте предложенный комбинированный подход, основанный на методе полных волн (FWM) и моделировании в Geant4, реализован впервые, что подчёркивает как новизну настоящей работы, так и её значимость для верификации существующих моделей. Следует отметить, что применение пакета Geant4 для моделирования процессов взаимодействия протонов с материалами активно развивается и в Казахстане. В частности, в работе [34] рассмотрено моделирование ядерных реакций лёгких ядер с использованием методов оптической модели и Monte Carlo-подходов, а в исследовании [35] представлены результаты отечественных расчётов по упругому рассеянию протонов и лёгких ядер на ^{12}C с применением оптической модели.

Наличие экспериментальных данных в ограниченном энергетическом диапазоне позволяет использовать их для верификации теоретической модели посредством сопоставления результатов с измерениями и параллельными расчетами на платформе Geant4. Согласие между теоретическими прогнозами, численным моделированием и экспериментом создаёт обоснованную предпосылку для распространения модели на энергии, ещё не охваченные экспериментальными исследованиями. В этом контексте возможно прогнозирование дифференциальных сечений на новых энергетических уровнях, что открывает путь для последующей экспериментальной проверки. В рамках представленной работы эти предпосылки были частично реализованы: теоретические расчёты FWM и моделирование Geant4 показали удовлетворительное согласие с существующими дан-

ными, что позволяет делать предварительные прогнозы для энергий, не охваченных экспериментом.

Для более точного моделирования в будущем планируется тестирование других наборов физических моделей (Physics Lists), таких как INCL++ или FTFP_BERT, которые могут лучше учитывать низкоэнергетические ядерные эффекты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была разработана строгая и количественно верифицированная методика анализа упругого рассеяния протонов на экзотическом ядре ^{14}C в энергетическом диапазоне 3,7–7,0 МэВ. Основные итоги можно сформулировать следующим образом:

1. Реализован комбинированный подход, включающий: микроскопическое квантово-механическое моделирование методом полных волн (FWM); моделирование в среде Geant4 с использованием Physics List QGSP_BIC_HP; сравнение с экспериментальными данными при угле $\theta = 90^\circ$.

2. Оптический потенциал построен на основе: реальной части из микроскопического двойного фолдинг-взаимодействия CDM3Y6; мнимой части в форме потенциала Вудса-Саксона. Уравнение Шрёдингера решалось методом Рунге - Кутты 8-го порядка с учётом спин-орбитального взаимодействия.

3. Расчётные дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega$ показали хорошее согласие с экспериментом (погрешность от 1% до 6%). Основной вклад в амплитуду рассеяния вносили парциальные волны $\ell = 2$ и $\ell = 4$.

4. Рост фазовых сдвигов $\delta\ell$ и увеличение сечения при $\theta = 90^\circ$ с ростом энергии, особенно выше 5,5 МэВ, указывают на отклонения от стандартных оптических моделей. Это согласуется с наличием экзотических структур в ^{14}C нейтронно-обогащенной оболочки, гало- и α -кластеров.

5. Моделирование в Geant4 воспроизводит общую энергетическую зависимость с точностью 5–8%, но не отражает тонкие эффекты ядерной структуры. Это объясняется ограничениями каскадных моделей, не учитывающих фолдинг-потенциалы и интерференцию парциальных волн.

6. Метод полных волн (FWM) зарекомендовал себя как теоретический эталон, служащий основой для сопоставления с численным моделированием. Это формирует надежную иерархию верификации: теория → моделирование → эксперимент, применимую как к уже изученному диапазону энергий, так и к энергиям, для которых экспериментальные данные еще отсутствуют.

7. Проведённый анализ продемонстрировал чувствительность методики к параметрам потенциала (например, изменение V_0 или W_0 на ± 5 МэВ приводит к изменению сечения на ± 10 – 15%). Это открывает возможности для обратного моделирования структуры экзотических ядер.

Следует отметить, что в диапазоне энергий 3,7–7,0 МэВ в международной базе EXFOR отсутствуют дополнительные экспериментальные данные по реак-

ции $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})$. Таким образом, результаты работы [1], использованные в данной статье, остаются единственным достоверным источником для сравнения, что подчёркивает актуальность выполненного исследования.

Численная симуляция на платформе Geant4 использовалась как инструмент верификации предсказаний FWM. Geant4 реализует физические процессы протон-ядерного взаимодействия, основанные на фундаментальных законах и экспериментально проверенных сечениях, включая упругое и неупругое рассеяние, а также электромагнитные взаимодействия. Согласие результатов FWM с симуляцией Geant4 повышает доверие к применимости теории для диапазонов энергий, где экспериментальные данные отсутствуют.

Таким образом, предложенная методология представляет собой мощный инструмент для исследования кластеризации, нейтронных оболочек и плотностных профилей в нейтрон-избыточных лёгких ядрах. Полученные результаты могут быть использованы в практических областях, таких как дозиметрия, радиационная защита и материаловедение, для точной оценки взаимодействия протонных пучков с ядрами и оптимизации конструкций и материалов, работающих под воздействием ионизирующего излучения.

ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

1. Murillo G., Fernández M., Ramírez J., Mejía-Gil M.G., Pollicroniades R., Varela A. et al. Characterization of excited states of ^{15}N through $^{14}\text{C}(\text{p},\text{p})^{14}\text{C}$ using polarized proton beam // Revista Mexicana de Física S. – 2011. – Vol. 57, No. 1. – P. 55–59.
2. Khoa D.T., Satchler G.R., von Oertzen W. Folding model analysis of proton elastic scattering on exotic nuclei // Phys. Rev. C. – 1994. – Vol. 49, No. 4. – P. 1652–1661.
3. Khoa D.T., Khanh D.C., Loc B.M. Extended versions of the M3Y interaction and nuclear matter incompressibility // Phys. Rev. C. – 2016. – Vol. 94. – P. 034612.
4. Ray L. Proton–nucleus elastic scattering and the optical model // Phys. Rev. C. – 1979. – Vol. 19. – P. 1855–1872.
5. Satchler G.R., Love W.G. Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering // Phys. Rep. – 1979. – Vol. 55, No. 3. – P. 183–254.
6. Horiuchi W., Suzuki Y. Nuclear reaction radii and matter radii of unstable nuclei // Phys. Rev. C. – 2006. – Vol. 74. – P. 034311.
7. Tanihata I. Neutron halo nuclei // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 1996. – Vol. 22. – P. 157.
8. Bertulani C.A., Danielewicz P., Liendo J.A. Introduction to Nuclear Reactions. – Bristol: IOP Publishing, 2021. – 365 p.
9. Rawitscher G.H. Microscopic optical model potential using the g matrix // Phys. Rev. C. – 1982. – Vol. 25. – P. 2196.
10. Gadioli E., Hodgson P.E. Pre-Equilibrium Nuclear Reactions. – Oxford: Clarendon Press, 1992. – 424 p.
11. An C., Cai X. Microscopic optical potentials based on a density-dependent M3Y interaction // Phys. Rev. C. – 2006. – Vol. 73. – P. 054605.

12. Koning A.J., Delaroche J.P. Local and global nucleon optical models from 1 keV to 200 MeV // Nucl. Phys. A. – 2003. – Vol. 713. – P. 231–310.
13. Mahaux C., Sartor R. Dispersion relation for the optical-model potential // Adv. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 20. – P. 1–223.
14. Watanabe S. High energy elastic scattering of nucleons and the optical model // Nucl. Phys. – 1958. – Vol. 8. – P. 484–492.
15. Chamon L.C. et al. Toward a global description of the nucleus–nucleus interaction // Phys. Rev. C. – 1997. – Vol. 55. – P. 235.
16. Hodgson P.E. The Optical Model of Elastic Scattering. – Oxford: Clarendon Press, 1963. – 284 p.
17. Satchler G.R. Direct Nuclear Reactions. – Oxford: Clarendon Press, 1983. – 582 p.
18. Gadioli-Erba E., Hodgson P.E. Pre-Equilibrium Reactions and Nuclear Models. – Oxford: Pergamon Press, 1981. – 452 p.
19. Varner R.L. et al. A global nucleon optical model potential // Phys. Rep. – 1991. – Vol. 201, No. 2. – P. 57–119.
20. Capote R. et al. RIPL – Reference Input Parameter Library for Calculation of Nuclear Reactions and Nuclear Data Evaluations // Nucl. Data Sheets. – 2009. – Vol. 110, No. 12. – P. 3107–3214.
21. EXFOR – Experimental Nuclear Reaction Data. – IAEA, Vienna. – URL: <https://www-nds.iaea.org/exfor>
22. Geant4 Collaboration. GEANT4 – A simulation toolkit // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2003. – Vol. 506. – P. 250–303.
23. Agostinelli S. et al. GEANT4: A simulation toolkit // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2003. – Vol. 506, No. 3. – P. 250–303.
24. Allison J. et al. Recent developments in Geant4 // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2016. – Vol. 835. – P. 186–225.
25. Chauhan R. et al. Elastic scattering of protons using Geant4: Application to nuclear materials // Nucl. Phys. A. – 2020. – Vol. 1007. – P. 122107.
26. Shultz J.K., Faw R.E. Radiation Shielding. – La Grange Park: ANS, 2000. – 352 p.
27. Forrest R.A. FISPACT-2005: User manual. – UKAEA FUS 534, 2005. – 153 p.
28. EXFOR Manual. – IAEA, 2020. – URL: <https://www-nds.iaea.org/publications/exfor-manual.pdf>
29. Koning A.J., Rochman D. Modern nuclear data evaluation with the TALYS code system // Nucl. Data Sheets. – 2012. – Vol. 113. – P. 2841–2934.
30. Thompson I.J. Coupled reaction channels calculations in nuclear physics // Comput. Phys. Rep. – 1988. – Vol. 7, No. 4. – P. 167–212.
31. Kunz P.D. DWUCK4: Distorted Wave Born Approximation Program. – University of Colorado, 1990. – 74 p.
32. Soad A., Ali M.K. Dispersive optical model analysis of proton–nucleus elastic scattering at low and intermediate energies // Eur. Phys. J. A. – 2021. – Vol. 57. – P. 201.
33. Aharonian H. et al. Elastic scattering of protons on light nuclei within the optical model // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. – 2022. – Vol. 49, No. 11. – P. 115103.
34. Dabýlova A. et al. Nuclear reaction modeling and simulation of light nuclei within optical model approaches // Proc. Int. Conf. NUCLEUS-2021. – Курчатов: НЯЦ РК, 2021. – P. 112–118.
35. Gusseinova D., Alimov D., Kenzhebayev N. et al. Optical model analyses for the elastic scattering of ^{8}B , ^{7}Be and ^{6}Li with ^{12}C // ANSA Journal. – 2024. – Vol. 5, No. 1. – P. 24–33.

3,7-7,0 МЭВ ДИАПАЗОНЫНДА ^{14}C ПРОТООННЫҢ СЕРПІМДІ ШАШЫРАУЫ МЫСАЛЫНДА ТЕОРИЯЛЫҚ ЖӘНЕ САНДЫҚ ӘДІСТЕРДІҢ АЙҚАС-ТЕКСЕРУ ӘДІЛДІГІН ТЕКСЕРУ

Ш. М. Кажыкенов^{1,2*}, Д. М. Джансейтов^{2,3}, Д. С. Валиолда^{2,3}, И. В. Алтухов¹

¹Д. Серікбаев атындағы Шығыс Қазақстан техникалық университеті, Өскемен, Қазақстан

²Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

³ҚР Атом энергиясы жөніндегі агенттігінің «Ядролық физика институты» РМК, Алматы, Қазақстан

* Байланыс үшін E-mail: nuclearshalkar@gmail.com

Бұл жұмыста 3,7 дең 7,0 МэВ ге дейінгі энергия диапазонында ^{14}C ядронында протондардың серпімді шашырауын талдауга арналған кешенді тәсіл ұсынылады. Тәсіл кванттық механикалық Full Wave Method FWM, Geant4 негізіндегі Монте Карло модельдеуі және эксперименттік деректердің біріктіріледі. Фаза ығысулары Шредингер теңдеуін шешу арқылы алынды. Оптикалық потенциал микроскопиялық CDM3Y өзара әрекеттесуі және мним бөлігі үшін Вудс Саксон параметризациясы негізінде құрылды, сондай ақ спин орбиталық үлес ескерілді. Алынған дифференциалдық қималар эксперименттік өлшемдермен және Geant4 модельдеу нәтижелерімен салыстырылды, айырмашылық 3 дең 6 процентке дейінгі шекте қалды. 5,5 МэВ тен жоғары энергияларда фаза ығысулары мен қималардың бейсізық есүі стандартты оптикалық мінез құлықтан ауытқуды көрсетеді. Бұл құбылыстар ^{14}C ядроның кластерлік немесе галоға ұқсас құрылымының болуын мәнзейді. Ұсынылған гибридті әдіс теориялық есептеулер мен модельдеуді эксперименттік деректермен сәйкестендіруге мүмкіндік береді және зерттелмеген энергия аймақтарындағы реакцияларды талдауда, сондай ақ материалдардағы радиациялық әсерлерді модельдеуде қолданылуы мүмкін.

Түйін сөздер: ядролық реакциялар, ядролық теория, CDM3Y потенциалы, экзотикалық ядролар, р қабықша ядролары, протондардың көміртекке шашырауы, Geant4, оптикалық модель, Full Wave Method FWM.

VALIDATION OF CROSS CHECKING BETWEEN THEORETICAL AND NUMERICAL
METHODS USING THE EXAMPLE OF PROTON ELASTIC SCATTERING ON ^{14}C
IN THE ENERGY RANGE FROM 3.7 TO 7.0 MeV

Sh. M. Kazhykenov^{1,2*}, D. M. Zhansseitov^{2,3}, D. S. Valiolda^{2,3}, I. V. Altukhov¹

¹ *D. Serikbayev East Kazakhstan Technical University, Ust-Kamenogorsk, Kazakhstan*

² *Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

³ *RSE "Institute of Nuclear Physics" of the Agency of the Republic of Kazakhstan for Atomic Energy, Almaty, Kazakhstan*

* E-mail for contacts: nuclearshalkar@gmail.com

This work presents an integrated approach to the analysis of proton elastic scattering on the ^{14}C nucleus in the energy range from 3.7 to 7.0 MeV. The approach combines the quantum mechanical Full Wave Method FWM, Monte Carlo simulations based on Geant4, and experimental data. Phase shifts were obtained by solving the Schrödinger equation with an optical potential constructed from the microscopic CDM3Y interaction and a Woods Saxon parameterization for the imaginary part, including the spin orbit contribution. The calculated differential cross sections were compared with experimental measurements and Geant4 simulations, showing agreement within 3 to 6 percent. The observed nonlinear increase in phase shifts and cross sections above 5.5 MeV indicates deviations from standard optical behavior. These features suggest a cluster like or halo influenced structure of the ^{14}C nucleus, confirming its non trivial internal configuration. The proposed hybrid methodology aligns theoretical calculations and simulations with experimental data and can be applied to reactions in unexplored energy regions, as well as to modeling radiation effects in materials.

Keywords: *nuclear reactions, nuclear theory, CDM3Y potential, exotic nuclei, p shell nuclei, proton scattering on carbon, Geant4, optical model, Full Wave Method FWM.*